Wymagania edukacyjne

z matematyki

dla klasy 3 liceum

Zakres podstawowy i rozszerzony

**W** poniższych wymaganiach **pogrubioną czcionką** oznaczono te, które wykraczają poza podstawę programową.

**1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

*Uczeń otrzymuje*

*ocenę* ***dopuszczającą*** *jeśli opanuje od* ***40****-****60%*** *poniższych wymagań,*

*ocenę* ***dostateczną****, gdy opanuje od* ***61-100%*** *poniższych wymagań :*

* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
* zaznacza kąt w układzie współrzędnych
* określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 90°, 120°, 135°, 150°
* określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
* wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
* zapisuje miarę danego kąta w postaci $k⋅360°+α, k\in Z$
* zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
* odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
* szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
* szkicuje wykres funkcji $y=f\left(x-p\right)+q$, gdzie *f* jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
* szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi *OX*
* szkicuje wykresy funkcji $y=af\left(x\right) $oraz $y=\left|f(x)\right|$, gdzie $f $jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
* uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
* wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
* stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
* zapisuje dany kąt w postaci $k⋅\frac{π}{2}\pm α$ lub $k⋅90°\pm α$, gdzie $k\in Z$
* stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
* rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
* posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

Poziom **(R)** lub **(D)**

*Uczeń otrzymuje:*

 *ocenę* ***dobrą*** *jeśli opanuje od* ***50-60%*** *poniższych wymagań*

*ocenę* ***bardzo dobrą****, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od* ***61-100%*** *poniższych wymagań:*

* oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°
* stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
* wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
* szkicuje wykres funkcji okresowej
* stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
* stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
* szkicuje wykresy funkcji $y=f\left(ax\right) $oraz $y=f\left(\left|x\right|\right)$, gdzie $y=f\left(x\right) $jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
* na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
* stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
* oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
* udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
* stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych
* stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta

Poziom **(W)**

*Uczeń otrzymuje ocenę* ***celującą****, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:*

* wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta
* rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności
* rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia

**2. GEOMETRIA ANALITYCZNA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

*Uczeń otrzymuje*

*ocenę* ***dopuszczającą*** *jeśli opanuje od* ***40****-****60%*** *poniższych wymagań,*

*ocenę* ***dostateczną****, gdy opanuje od* ***61-100%*** *poniższych wymagań :*

* oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych
* stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
* wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
* stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
* oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi
* stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
* podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu
* podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej
* wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
* podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
* opisuje koło w układzie współrzędnych
* sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
* rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną
* wykonuje działania na wektorach
* sprawdza, czy wektory są równoległe
* stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
* stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
* wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
* rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
* wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych

Poziom **(R)** lub **(D)**

*Uczeń otrzymuje:*

 *ocenę* ***dobrą*** *jeśli opanuje od* ***50-60%*** *poniższych wymagań*

*ocenę* ***bardzo dobrą****, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od* ***61-100%*** *poniższych wymagań:*

* wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej
* stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
* sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
* wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
* stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
* określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
* wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
* stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
* podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
* opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
* stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
* stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom **(W)**

*Uczeń otrzymuje ocenę* ***celującą****, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:*

* wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
* rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

## 3. CIĄGI

Poziom **(K)** lub **(P)**

*Uczeń otrzymuje*

*ocenę* ***dopuszczającą*** *jeśli opanuje od* ***40****-****60%*** *poniższych wymagań,*

*ocenę* ***dostateczną****, gdy opanuje od* ***61-100%*** *poniższych wymagań :*

* wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
* wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
* szkicuje wykres ciągu
* wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
* wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
* podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
* uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
* wyznacza wyraz $a\_{n+1} $ciągu określonego wzorem ogólnym
* bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
* wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
* wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
* podaje przykłady ciągów arytmetycznych
* wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
* określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
* wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
* stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
* sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
* oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* podaje przykłady ciągów geometrycznych
* wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
* wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
* określa monotoniczność ciągu geometrycznego
* sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
* oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
* stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
* oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
* oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
* ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
* ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
* podaje granice ciągów $a\_{n}=q^{n}$, gdy $q\in \left(-1;1\right)$, $a\_{n}=\frac{1}{n^{k}}$, gdy *k* > 0 oraz $a\_{n}=\sqrt[n]{a}, gdy a>0$
* rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
* stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a\_{n}=q^{n}$dla $q > 1$ oraz $a\_{n}=n^{k}$ dla $k>0$
* oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
* sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
* oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

*Uczeń otrzymuje:*

 *ocenę* ***dobrą*** *jeśli opanuje od* ***50-60%*** *poniższych wymagań*

*ocenę* ***bardzo dobrą****, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od* ***61-100%*** *poniższych wymagań:*

* wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
* bada monotoniczność ciągów
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
* rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
* stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
* uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę *n* początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
* rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
* oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
* stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
* uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
* oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
* wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
* stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
* rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
* zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Poziom **(W)**

*Uczeń otrzymuje ocenę* ***celującą****, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:*

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
* rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
* wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
* uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

# 4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom **(K)** lub **(P)**

*Uczeń otrzymuje*

*ocenę* ***dopuszczającą*** *jeśli opanuje od* ***40****-****60%*** *poniższych wymagań,*

*ocenę* ***dostateczną****, gdy opanuje od* ***61-100%*** *poniższych wymagań :*

* uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
* oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
* oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
* wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
* wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
* wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
* wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
* sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
* oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
* stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią *OX –* w prostych przypadkach
* wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
* wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
* stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
* wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
* stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
* korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
* podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
* wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
* uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
* wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
* rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
* podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
* szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom **(R)** lub **(D)**

*Uczeń otrzymuje:*

 *ocenę* ***dobrą*** *jeśli opanuje od* ***50-60%*** *poniższych wymagań*

*ocenę* ***bardzo dobrą****, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od* ***61-100%*** *poniższych wymagań:*

* uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
* uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
* oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y=\sqrt{ f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
* stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
* oblicza granice funkcji w nieskończoności
* wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
* bada ciągłość funkcji
* wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
* stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
* oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
* stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX –* w trudniejszych przypadkach
* uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
* stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
* wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
* wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
* wyznacza pochodną funkcji złożonej
* stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
* wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
* uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
* wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
* wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
* uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
* wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
* rozwiązuje zadania optymalizacyjne
* bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom **(W)**

*Uczeń otrzymuje ocenę* ***celującą****, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:*

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

* wyprowadza wzory na pochodne funkcji
* wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
* **wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji**
* rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

# 5. STATYSTYKA

Poziom **(K)** lub **(P)**

*Uczeń otrzymuje*

*ocenę* ***dopuszczającą*** *jeśli opanuje od* ***40****-****60%*** *poniższych wymagań,*

*ocenę* ***dostateczną****, gdy opanuje od* ***61-100%*** *poniższych wymagań :*

* oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
* odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
* oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
* oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom **(R)** lub **(D)**

*Uczeń otrzymuje:*

 *ocenę* ***dobrą*** *jeśli opanuje od* ***50-60%*** *poniższych wymagań*

*ocenę* ***bardzo dobrą****, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od* ***61-100%*** *poniższych wymagań:*

* oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
* odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
* wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
* oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
* oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
* rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom **(W)**

*Uczeń otrzymuje ocenę* ***celującą****, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:*

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

* rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki