



Finale konkursu Piramida 2022 - MATEMATYKA

Nazwa szkoły:

1.
2.
3.

Zadanie 1 (3p)

Dla jakich wartości parametru m równania:

$$2x^2 - (3m + 2)x + 12 = 0$$

$$4x^2 - (9m - 2)x + 36 = 0$$

mają wspólne rozwiązania ?

Zadanie 2 (3p)

Miara kąta BAC wynosi 120° , $|BA|=25$ cm, $|CA|=20$ cm. Punkty B i C są środkami dwóch okręgów o promieniach $r_1 = 16$ cm, $r_2 = 9$ cm. Środki okręgów poruszają się po ramionach kąta w kierunku wierzchołka A z prędkościami $V_1 = 10$ cm/s oraz $V_2 = 4$ cm/s. Po jakim czasie oba okręgi będą styczne zewnętrznie ?

Zadanie 3 (2p)

Wykaż, że w trójkącie prostokątnym suma długości przyprostokątnych równa jest sumie średnic koła wpisanego w ten trójkąt oraz koła opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 4 (2p)

Wyznacz wszystkie funkcje $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, spełniające dla wszystkich $x, y \in \mathbb{R}$ równanie:

$$f(x) \cdot f(y) - xy = f(x) + f(y) - 1$$

Zadanie 5 (3p)

W dniu 1 stycznia 1999 roku o godzinie 12:00 w południe pewne dwa zegary wskazywały prawidłową godzinę. O jednym wiemy, że w ciągu doby spiesz się o minutę, drugi w tym czasie spóźnia się o minutę. Kiedy te dwa zegary wskażą tę samą godzinę? Czy będzie to jeszcze w 1999 roku?